
GLOSAS MARGINALES SOBRE LOS ORÍGENES DE LA RELACIÓN ENTRE LA TEORÍA ECONÓMICA Y LAS MATEMÁTICAS

POR GUSTAVO MURGA¹

A la Memoria de I. Fisher (1867-1947)

Las matemáticas en general están presente tanto en Marx, Ricardo, Smith, como en Hume y en los Mercantilistas, o más aún en los mismos Fisiócratas, en la misma *Tableau Economique* de Quesnay o en la obra de William Petty. Evidentemente no hablaremos de este tipo de matemática elemental en este artículo. Hablaremos aquí de los orígenes de una matemática analítica, que involucra funciones y un arsenal formal más propio de la “revolución” marginalista (el cálculo diferencial) con el que los estudiantes contemporáneos suelen estar ya familiarizados.

No sería contradictorio comenzar estas glosas marginales con Cournot. Aca-so el precursor de los “economistas matemáticos” de los “marginalistas”. Como sucede con otros economistas de la época de Cournot, la utilización de la analogía entre el análisis económico con la física es notable. Por ejemplo, en el capítulo II que trata de “Los Cambios en el Valor, Absoluto y relativo” cita el pasaje de los “Principia” de Newton que trata sobre el “espacio absoluto” y su diferencia con un “espacio relativo”. Nos dice el propio Cournot:

(...) los experimentados en el análisis matemático conocen que su objeto no es el simple cálculo de números, sino que también se emplea para encontrar las relaciones entre magnitudes las cuales no pueden expresarse en números y entre funciones cuyas leyes no son captables por la expresión algebraica... Así... la mecánica teórica equipa a la práctica con teoremas generales de mayor uso y aplicación, aunque en muchos casos recurrir a la experiencia es necesario para los resultados numéricos que la práctica requiera.

Cournot como Mill, fue un filósofo con un no despreciable conocimiento en física. Pero, sería más que nada un un “antecedente”. Irving Fisher, en cambio, es un buen espécimen de lo que se considerará un “economista matemático”.

¹ Lic. en economía por la Facultad de Ciencia Económicas de la Universidad de Buenos Aires (FCE-UBA). Investigador de la Universidad Nacional de Luján (UNLu). E-mail: gmurga@mail.unlu.edu.ar

Fisher se había graduado en Yale en 1890. Estaba principalmente interesado en matemáticas y más específicamente en las matemáticas de J. W. Gibbs. Su interés en economía fue principalmente un interés en W. G. Sumner, cuya personalidad había llamado la atención de Fisher. El nombre de Sumner quizá sea reconocido hoy por algún sociólogo. Aunque es de dudarse. En economía, Sumner, pasaría a ser tan solo, quien indujo a Fisher a destinar la mitad de su tiempo a la teoría económica. Es conocido, que Fisher dividía su tiempo de la siguiente manera: estudiaba economía cuando no estudiaba matemáticas.

Fisher tenía que preparar una disertación para doctorarse (la verdad es que por aquel entonces estaba un poco perplejo y no tenía en mente un tema específico). Le preguntó a Sumner sobre qué escribir. Entonces Sumner (que conocía los intereses de Fisher) le dijo inmediatamente: ¿Por qué no escribe sobre economía matemática? A lo que Fisher contestó que nunca había oído hablar de eso. Fue cuando Sumner le habló de Jevons y Walras, quienes en 1871 y 1874 (respectivamente) de forma independiente habían introducido el concepto de utilidad marginal como un cociente diferencial. Fisher descubrió así el “método matemático” en economía. Luego, lo harían W. Persons de Harvard, H. Hotelling de Columbia y G. C. Evans de California, por mencionar solo tres conocidos de Fisher y para dar una idea al lector de cuál fue el impacto “tardío” de la “revolución marginalista” en América .

La “revolución marginalista” suele ser fechada hacia la séptima década del siglo XIX por la mayoría de los libros de “Historia del Pensamiento”. Esto, no está mal. Sin embargo, su impacto se sintió dos décadas después en América y von Thünen y Cournot fueron los antecedentes más citados por los “revolucionarios”. Nos interesó, como hemos dejado entrever, particularmente este último. Pues, el primero presintió una teoría marginalista, mientras que el segundo desarrolló y expuso esa teoría de una forma matemática, casi similar a los que luego serían conocidos como los neoclásicos (claro que no sin algún grave error en su formulación, pero eso por ahora es lo de menos).

Irving Fisher fue el primero en aprovechar la ocasión de la aparición en inglés de los “Principes Mathématiques” de Cournot para remarcar el trabajo y los posteriores desarrollos del método de la economía que este había prefigurado y al cual Fisher se consideraba adscrito. En un artículo del *Quarterly Journal of Economics* intitolado “Cournot and Matemática Economics” hacia enero de 1898 Fisher consagra a Cournot. Nosotros aprovecharemos esto para indagar sobre los inicios del matrimonio entre la economía y el análisis matemático; y su relación con la teoría económica de Estados Unidos e Inglaterra. El artículo de Fisher es una buena excusa para introducirnos en el tema y Cournot es un buen punto de referencia.

I

Habían pasado seis décadas de la publicación original en francés de los “Principes Mathématiques”. Y la forma de concebir y tratar los problemas economí-

cos ciertamente habían cambiado desde entonces. La “metodología matemática” (marginalista) había finalmente echado raíces y “florecía” según las poéticas palabras de Fisher. Sesenta años de silencio o desprecio por el tratado de Cournot habían terminado. Fisher nos comentaba:

(...) hoy el trabajo igualmente matemático de Pareto es recibido con una alabanza casi universal. En los tiempos de Cournot los “economistas matemáticos” podían contarse con los dedos, o incluso con los pulgares. Hoy ellos reúnen unos treinta activos entusiastas y un mucho más grande número de simpatizantes. (1898, p. 119)

Al parecer en tiempos de la publicación de Cournot (1838) no había en Europa sino la Academy at Grenoble -de la cual Cournot era rector- donde la economía matemática era empleada o aprovechada. En cambio hacia 1898 había una docena de instituciones, y en Inglaterra al menos la mitad de ese número (Oxford y Cambridge entre ellas). En Francia el profeta aún no había sido honrado.

Cournot escribió en una época en la cual no existían journals que dieran la bienvenida a tales investigaciones. En la época en que escribe Fisher ya existían el Economic Journal, el Journal of the Royal Statistical Society, il Giornale degli Economisti, y el Nationaløkonomisk Tidsskrift que recibían material del estilo de aquel que en tiempos de Cournot no era comprendido (en los últimos ocho años al menos veinte de otros journals habían publicado ocasionalmente artículos que contenían matemática avanzada).

El último diccionario de Economía Política de la época de Fisher consagraba al menos cuarenta artículos a la historia, los métodos y la terminología de la “escuela matemática”. Fisher, así como Walras (*Théorie Mathématique de la Richesse Sociale*) consideraba a Cournot como el principal fundador de esa “escuela”. Por esa razón, Fisher consideraba que el “tratado” de Cournot debía estudiarse como un “clásico”; pero un “clásico” con vigencia, no un escrito que atraería solamente la curiosidad del historiador, del erudito.

Para Fisher no era posible reproducir en el artículo de 1898 la fuerza y el ingenio de las observaciones de Cournot, la claridad con la que tales observaciones fueron expresadas. Aconseja al lector que pase por sus manos la obra de Cournot, para que sienta el poder y estímulo que nos brinda (en tanta estima tenía Fisher a Cournot).

Fisher no considera extraño que la primera publicación de Cournot haya sido un fracaso. El libro de Cournot estaba adelantado a su tiempo. Sus métodos eran extraños. Sus razonamientos intrincados, para “las crudas y seguras nociones” de la economía política corriente en aquel tiempo. De hecho los “Principes Mathématiques” eran avanzados hasta para la época de los contemporáneos de Fisher. Jevons, que podría considerarse sin exagerar un “economista matemático”, confesaba no sin candor: “mi poder matemático se vuelve insuficiente para habilitarme seguir a Cournot en todas las partes de su trabajo” (Theory of Political Economy, p. xxix). Fisher advertía en sentido parecido: “un conocimiento

de la notación del Cálculo Diferencial es necesario para interpretar las fórmulas, y una considerable familiaridad para derivarlas en algunos casos” (p. 121) No sin cierta ineficacia, para no desalentar al lector no matemático Fisher decía a continuación: “El trabajo no es, por supuesto, enteramente matemático. De las 103 páginas mencionadas anteriormente, que contienen las partes esenciales, solo alrededor de 70 son matemáticas”. (p. 121)

Lo cierto es que Cournot aceptó filosóficamente la situación, y trató de hacer sus teorías más sabrosas al paladar no matemático desposeyéndola de la formalización matemática. Publicó sus “Principles de la Théorie des Richesses” en 1863, y en 1876, un año antes de su muerte, su “Revue sommaire des Doctrines Economiques”. Este último poseía las mismas implicancias de “Principles Mathématiques”. Sabemos que Fisher solo había accedido a este último. No podía entonces brindarnos su opinión del primero. Pero, Jevons decía, que “Revue sommaire des Doctrines Economiques no se comparaba en interés e importancia con los Principles Mathématiques”. Este hecho no deja de ser curioso. El contenido era esencialmente el mismo. Sin embargo, Jevons prefería los “Principles Mathématiques”.

En los setentas Cournot comienza a ser revivido. Walras lo cita y frasea en sus “Eléments d’Economie politique” (1874) y posteriores trabajos. En 1875 una traducción italiana aparece en la serie de Boccardo, Biblioteca dell’ Economista. En 1879 Jevons, en el prefacio a la segunda edición de su “Theory of Political Economy”, describe los contenidos del libro, de una copia que él había encontrado hacia 1872. Con esos promotores el trabajo de Cournot comienza a tener prominencia. Sirven a la extensión de su fama Launhardt, Auspitz y Lieben, Lexis, Marshall, Edgeworth, Cossa, Pantaleoni, Pareto, y Barone.

Particularmente el caso de Marshall es interesante. En el prologo a la primera edición de sus famosos “Principios” nos advertía de cierta confluencia de influencias, como la biología de Spencer o la historia y la filosofía de Hegel y los estudios ético históricos continentales, pero también nos decía:

(...) la forma de éstas ha sido principalmente influida por las concepciones matemáticas de la continuidad, tal como se representan en la obra Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses, de Cournot. Este ha señalado que es necesario enfrentarse con la dificultad que supone el considerar los diversos elementos de un problema económico –no como determinándose los unos a los otros en una cadena de causalidad, A determinando a B, B determinando a C, y así sucesivamente-, sino determinándose mutuamente los unos a los otros. La acción de la Naturaleza es compleja, y no se gana nada a la larga con la pretensión que es simple y tratando de describirla por medio de una serie de proposiciones elementales. (p. xx)

Fisher consideraba a Marshall como moderado y juicioso en el tono al tratar de la utilidad de las matemáticas. Sospechamos que le molestaba la relegación de ésta a pies de página o apéndices. Sin embargo, tenía cierta estima por los

“Principios” de Marshall. La profundidad técnica de un tratado era un prerrequisito de un buen y popular manual, y los “Principios” de Marshall eran un buen manual, en ese sentido como en otros.

Marshall, como matemático que era comprendía perfectamente a Cournot, quizá mejor que Jevons. Su predilección por Cournot no era tan curiosa como la de Jevons —en cual podemos sospechar de cierta predilección por el lenguaje matemático de tipo extraeconómico- sino que estaba bien justificada, razonablemente justificada:

Siguiendo a Cournot, y en menor grado a von Thünen, fuí inducido conceder una gran importancia al hecho de que nuestras observaciones sobre la naturaleza, tanto en el mundo moral como en el físico, se refieren, no tanto a cantidades totales, como a incrementos de cantidades, y que, en particular, la demanda de una cosa es una función continua, de la cual el incremento marginal, en equilibrio estable, está compensado por el incremento correspondiente de su coste de producción. (Principios, p. xxi)

Y su razonamiento era ciertamente el de un matemático en muchos aspectos de lo que a Economía respecta, sino en todos:

No es fácil formarse clara idea a este respecto sin la ayuda de símbolos matemáticos o de diagramas. El uso de estos últimos no requiere especiales conocimientos, y frecuentemente expresan las condiciones de la vida económica con mayor exactitud que los símbolos matemáticos, habiéndose, por este motivo utilizado como ilustraciones adicionales a las notas que figuran al pie de las páginas de la presente obra. La argumentación contenida en el texto nada tiene que ver con estos diagramas, los cuales pueden omitirse; pero la experiencia parece demostrar que con ellos es posible formarse una idea mucho más clara de diversos principios importantes que sin su ayuda, y que existen muchos problemas en la teoría pura que nadie que sepa utilizar los diagramas pretenderá tratar de forma distinta. (ibid.)

Pero, había en Marshall también esa cautela que señalaba Fisher y sabemos hoy, gracias a Pigou, que tenía la costumbre de esconder los “instrumentos de investigación” (que para Marshall en realidad serían como una especie de taquigrafía mental). En Memorials, Marshall expuso su forma de trabajar, que era la siguiente: 1) Usar la matemática como lenguaje abreviado, más bien que como instrumento de investigación; 2) Emplearla hasta que se logren resultados; 3) Traducir los textos al inglés; 4) Ilustrar los resultados con ejemplos que tengan importancia en la vida real; 5) Quemar la matemática; 6) Si se ha tenido éxito en 4), quemar 3). Esto último lo he hecho con frecuencia.

Marshall será en este apartado la contracara de Fisher. Marshall ha sido un matemático que ha preferido siempre expresarse en inglés. En tanto eso le fuera posible. No creía que la matemática fuera un buen instrumento de expresión, prefería inculcar el razonamiento no matemático y lo que nos atreveríamos a llamar una “intuición educada”, de ser posible justificada con ejemplos de la

vida real:

El uso principal de la matemática pura en las cuestiones económicas parece ser el de ayudar a expresar rápidamente, con brevedad y exactitud, algunos de los pensamientos para su propio uso y el de asegurar que se tienen bastantes premisas para llegar a las conclusiones (es decir, que el número de ecuaciones es igual al de incógnitas). Pero cuando es necesario utilizar muchos símbolos, la tarea se hace muy laboriosa. Y aunque el genio de Cournot debe dar una nueva actividad mental a todo aquel que pase por sus manos, y los matemáticos de análoga talla a la suya puedan utilizar sus armas favoritas para abrirse camino hasta llegar al centro de alguno de aquellos difíciles problemas de la teoría económica de los que únicamente se ha vislumbrado el aspecto externo, parece, sin embargo, poco convincente aconsejar la lectura de largas versiones de las doctrinas económicas en una forma matemática a quienes no se las hayan hecho por sí mismos. (ibid.)

Encontramos entonces la primera gran diferencia entre la enseñanza-aprendizaje económico. Encontramos aquí, la primera gran diferencia entre la Economía Teórica de Estados Unidos y de Inglaterra, en el énfasis dado por Fisher y por Marshall al nuevo instrumento utilizado por el marginalismo “revolucionario” de 1870.

En Julio de 1938 Fisher escribía para *Econometrica*, “Cournot Forty Years Ago”. Un paper que había sido el discurso leído en la Cournot Memorial Session of Econometric Society, un viernes 29 de Diciembre de 1937 en Atlantic City. Cuarenta años después la apreciación favorable de Cournot y de la economía matemática en general habían crecido geométricamente. Especialmente en los últimos cinco años en los que habían fundado la Econometric Society. Fisher aprovecha el auge de la literatura sobre competencia imperfecta para aclarar: “Cournot fue, yo creo, el primero en hacer un estudio matemático de la competencia imperfecta tal como recientemente ha sido desarrollada por el Profesor Zeuthen, Mrs. Robinson, el Profesor Chamberlin, y otros. Su tratamiento era vulnerable pero sugestivo y brillante a su manera.” (p. 200)

Cournot se había convertido entonces en el emblema de Fisher y lo que representaba. Es decir, era el símbolo del economista matemático. Fisher se había creado un precursor, así como todos los neoclásicos lo habían hecho. Pero, en Fisher el acento estaba puesto en la misma economía matemática, en el instrumento más que en la teoría. Aunque a diferencia de Jevons, Fisher sí podía explicar el porqué de esa fascinación.

Eran tiempos en los que el entonces profesor Schumpeter de Harvard había pagado según Fisher un doble tributo a la economía matemática, primero por comenzar él mismo a convertirse en economista matemático, después de haber hecho carrera no siéndolo; y segundo proclamando a Walras como el gran economista de todos los tiempos.

El trabajo de Walras fue menos fríamente recibido que el de Cournot, el del

Profesor F. Y. Edgeworth de Oxford una o dos décadas después tuvo aún menos oposición que el de Walras. Edgeworth aplicaba la matemática no solo a la teoría económica sino también a la economía estadística y como primer editor de lo que en la década del cuarenta era *The Economic Journal* puso la economía matemática “en el mapa” mucho más definitivamente de lo que había estado nunca jamás.

Valdría la pena aclarar, sin embargo, que el que Edgeworth no hubiera encontrado la frialdad que encontró Cournot, no significó que no haya tenido ninguna oposición en su momento. Fisher (1941) mismo, recordaría el encuentro en 1894 de la British Association en Oxford para el Avance de la Ciencia, recordaría la “tristeza” de Edgeworth por las frías palabras de Sidgwick que tipificaba por esos días a la economía (la cual debería estar más cerca de la filosofía que de la ciencia, en su opinión). Aunque es cierto, que en los cuarenta el trabajo de Edgeworth aún permanecía como un hito, no sería tampoco el único. Otro importante hito en economía matemática era el trabajo de Vilfredo Pareto, sucesor de Walras en Lausanne, cuyo trabajo posterior como sociólogo también sería ampliamente reconocido.

II

Stigler sitúa sin embargo, la introducción de la “matemática” en la economía en otra época: “Hasta la década de 1950, los requisitos formales para el doctorado incluían un modesto, no digamos autoeliminador, conocimiento del francés y alemán, que ha sido reemplazado por las matemáticas.” (p. 132) Es conveniente, en este momento explicar el por qué de esta opinión, mediante el análisis de dos obras casi contemporáneas y de algún modo similares, pero fundamentalmente distintas y para ser justos, de épocas posteriores aunque no muy alejadas. Nos vamos a detener en el análisis de una obra de pre-guerra como la de Hicks y de una de pos-guerra como la de Samuelson, pues creemos nos van a ayudar a entender ese cambio que señala Stigler. “Valor y Capital” es obra de John Hicks y conoce las prensas hacia 1939 (fecha en la que el público accede a su primer edición); “Fundamentos” lo hace hacia 1947, aunque su versión original data de 1941 fue pensado y escrito en su mayor parte alrededor de 1937 por un joven Samuelson por entonces discípulo de Schumpeter y Leontieff en Harvard.

El trabajo de Hicks es ante todo una obra Marshalliana. Expositivamente Marshalliana. Los engorrosos signos algebraicos (engorrosos en la época y lugar desde donde escribe Hicks) dedicados a la comprobación de ciertos pasajes, son confinados a los apéndices. Se hace el esfuerzo de traducir aquí -por ejemplo- el álgebra de Walras y Pareto, de hacerla digerible a un lector no matemático, y fundamentalmente a un lector no acostumbrado al trabajo de la escuela de Lausanne.

Hicks, estaba mucho más influenciado -en esta época, como todos los ingleses- por Marshall que Samuelson. Los “Fundamentos” de Samuelson son en

ese aspecto mucho más Walrasianos. La tradición americana estaba asentada mucho más en Walras, en Pareto, que en Marshall. Estados Unidos, estaba lista para la obra del joven Samuelson gracias a los esfuerzos de Irving Fisher y otros, pero sobre todo de Fisher. En parte el propio Samuelson fue el resultado de los esfuerzos de “reforma educativa” de Fisher a través de Schumpeter.

Quizá el hablar de una “reforma educativa” encarada por Fisher parezca un tanto exagerado. Pero, veremos que no lo es. “A Brief Introduction to The Infinitesimal Calculus” por ejemplo, es un texto pedagógico de Fisher, que intentaba iniciar hacia 1897 a los estudiantes avanzados en la moderna economía teórica. Estaba destinado a ayudar a entender los artículos del *Economic Journal*, el *Journal of the Royal Statistical Society* o el *Giornale degli Economisti* de los “revolucionarios” teóricos del momento: Jevons, Marshall, Walras o Pareto. De algún modo, no es exagerado afirmar que Irving Fisher fue un adelantado.

Hicks nos dice que “Valor y Capital” no es en principio un “Tratado de Economía”, no pretende expresar mejor que nadie lo que se ha dicho muchas veces sino que: “en este libro me ocupo exclusivamente de cosas nuevas y me limitaré a aquellos aspectos de cada tema que tenga algo nuevo que decir.” (p. xv)

No solo se enfrentaba a un público que carecía en general de los conocimientos matemáticos para entender la obra de Walras, de Pareto, o de sus modernos seguidores; se enfrentaba ante un público que desconocía su obra; a un público que sin embargo, conocía a la perfección la obra de Marshall y que tenía la misma convicción que él sobre las matemáticas. Inglaterra en ese sentido adolecía, desafortunadamente para los neoclásicos, de la falta de Irving Fisher y de la presencia de Keynes.

Para el joven Samuelson, en cambio, la economía analítica había seguido un orden natural, evolutivo. Walras, y no Marshall, le había legado la determinación del equilibrio en el plano estático. Pareto (y su precursor Cournot) había dado el paso posterior sentando las bases de la estática comparativa al demostrar cómo el cambio en un dato desplazaba la posición de equilibrio²:

Studeremmo, in ispecie, l'equilibrio economico. Un sistema economico sarà detto in equilibrio se il cambiamento d'una delle condizioni di tale sistema importa altri cambiamenti che produrrebbero un'azione esattamente opposta. Tale equilibrio è stabile quando il cambiamento può essere di grandezza finita. È instabile al limite quando le condizioni dell'equilibrio non sono vaevoli che per un cambiamento infinitamente piccolo. (p. 26)

Samuelson habría colaborado a esta tradición con el aporte del “principio de correspondencia”, por medio del cual se vería que el comportamiento estático

² No sin evitar errores matemáticos, que iban a ser corregidos por terceros como Johnson, Slutsky, Hicks, Allen, Georgescu-Roegen, Hotelling y otros; que además llevarían este concepto hasta las mismas desigualdades atinentes a la posición de máximo de la teoría neoclásica y formularían teoremas célebres que llevarían su nombre

comparativo de un sistema se vincula a sus propiedades de estabilidad dinámica. Faltaría, en un futuro no muy lejano, dar el paso hacia la dinámica (la teoría de la dinámica comparativa) para la cual el joven Samuelson había sentado las bases.

“Fundamentos” es ante todo el marco de presentación del “Principio de Correspondencia”. Samuelson sospechaba que dominios aparentemente diversos – Economía de la producción, Conducta del Consumidor, Comercio Internacional, Finanzas Públicas, Ciclo Económicos, etc.- presentaban semejanzas formales. Analizó elementos comunes. Buscó la existencia de analogías entre los caracteres centrales de varias teorías; pues su existencia implicaría la posibilidad de una teoría general que sirviera de fundamento (de allí su título) a las particulares y las unificaría respecto de esos caracteres.

Los “Fundamentos” de Samuelson son, al contrario de la intención manifiesta de Marshall en “Principios” o de Hicks en “Valor y Capital”, completamente fisicalistas. Si Marshall nos ha legado una obra fisicalista, o matemático-económica, ciertamente no fue su intención. O su última intención (lo mismo podría decirse de Hicks). Como dijimos Marshall veía en la biología y no en la dinámica mecanicista la meca de la economía dinámica. Si la primera cita con la que nos topamos en los “Principios” (un tratado introductorio) fue: *Natura non facit saltum*³, ahora, la primera cita de los “Fundamentos” de Samuelson será: “La matemática es un lenguaje”. El autor de esta frase no es otro que el físico J. W. Gibbs. Una de las dos glorias –la otra es Irving Fisher- de la Universidad de Yale, según la enciclopédica memoria de Joseph A. Schumpeter (p. 952). Uno puede suponer, no sin exagerar, que Gibbs fue a Fisher lo que Moore al joven Samuelson. En pos de cierta simetría estético-literaria, esto no estaría mal, además según el propio Samuelson:

Este principio fundamental de generalización por abstracción fue enunciado, hace más de treinta años, por el eminente matemático americano E. H. Moore. Constituye el objeto de las páginas que siguen, elaborar las consecuencias de este principio respecto a la economía teórica y aplicada ([1953] 1967, p. 3)

Pero, en los hechos solo podemos decir que Samuelson cita con cierta constancia el trabajo de George Birkhoff y de otros más que el de Moore. Ciertamen-

³ Samuelson atribuye el vuelco biologista de Marshall a Herbert Spencer (1820-1903 Filósofo y sociólogo británico que en historia mantuvo principios biologistas): “él debió haber sido influenciado, sino convencido, por la doctrina Spenceriana popular hacia el final del siglo XIX” (*Dynamics* p. 58). Nosotros hemos propuesto leer a Marshall en lo que a esbozos dinámicos respecta, como si leyéramos al Comte de la phisique Naturel. En todo caso, queda en manos del estudioso la tarea de develar si Marshall era un Spenseriano o un Comteano. Quizá no estuviera de más decir que era un Spenseriano en potencia, pero que de todos modos sus *Principios* son efectivamente Comteanos:

te la curiosidad del joven Samuelson⁴ había fatigado muchos más autores y obras (sobre todo en lo que respecta al tema dinámico) al escribir los bocetos de sus “Fundamentos” y la guerra habrá hecho otro tanto. Samuelson reconoce que al principio esperaba que la exposición podría efectuarse sin recurrir al lenguaje matemático (quizá la lectura de “Valor y Capital”, habría influido en cambiar su opinión, tal vez la guerra y la impronta matemática de entonces hayan influido, o lo más probables es que fuesen ambas cosas). Aunque como estudiosos de Samuelson, podemos sospechar con algún asidero de esto. No por el simple hecho de que el libro sería mucho más voluminoso, de que llevaría más tiempo su elaboración, fue que Samuelson se decidió por no traducir su pensamiento matemático al inglés, sino por lo que el mismo Samuelson nos dice:

(...) he llegado a la convicción de que –para ser verdadera- la proposición de Marshall: “Parece dudoso que se pueda emplear bien el tiempo leyendo versiones prolijas de doctrinas económicas en lenguaje matemático, que no fueran hechas para uno mismo”, debería precisamente invertirse. ([1953] p. 6)

Para Samuelson la penosa elaboración literaria de los conceptos matemáticos no sólo era negativa desde el punto de vista del “adelanto científico”, sino que implicaba una “gimnasia mental de tipo poco recomendable”. La gimnasia que Marshall seguía y recomendaba a sus alumnos a fines del siglo XIX y que rigió hasta bien entrados los treinta se volvía innecesaria en Estados Unidos hacia los cuarenta del siglo XX.

Recordemos lo que había observado Stigler. Volvamos a la frase de Gibbs que encabeza la obra del joven Samuelson. Pues convendría en estos momentos recordar una anécdota. Samuelson (1952) nos cuenta que los profesores de Yale estaban en una reunión. El tema era si debía exigirse a los estudiantes estudiar un lenguaje extranjero o matemáticas. Cada profesor se pronunciaba a favor o en contra de una u otra posición. Finalmente le piden la opinión a Gibbs, quien se levantó y con la locuacidad que lo caracterizaba dijo tan solo cuatro palabras: “Mathematics is a language”.

Samuelson, tenía solo una objeción con eso. Claro, hay que considerar que Samuelson era antes que nada un economista. A Samuelson le hubiera gustado que dijera lo mismo, pero un 25% más breve: “Mathematics is language”. La matemática para Samuelson no puede ser peor que la prosa en lo que a teoría económica respecta. El dice que tampoco puede ser mejor. Dice igualmente que para llevar a una “lógica” los dos medios son idénticos. Pero, podemos dudar que realmente piense eso. Samuelson recuerda por ejemplo, el doctorado de Fisher (seis décadas habían pasado). Recuerda a su antiguo profesor Joseph

⁴ Cuando el trabajo (Fundamentos) de Samuelson fue sometido en 1941 al Comité del Premio David A. Wells de la Universidad de Harvard el autor tenía apenas 26 años. Sin embargo, alrededor de 1937 comenzó a pensar y escribir este libro, cuando tan solo contaba con 22 años.

Schumpeter, pronunciar las palabras de Fisher: “no hay lugar a donde ir en ferrocarril que no pueda llegarse a pie”. Y Samuelson agregaría: “Vice versa!” (p. 56)

Samuelson ha dejado en claro respecto a la controversia que en su momento habrían tenido sobre el sistema educativo universitario de los EEUU cuál hubiera sido su posición. Daban la posibilidad de elección de cursar un idioma extranjero o matemáticas y es claro cuando dice que: “el hecho de que nosotros podamos permitir a un estudiante elegir entre ROTC y badminton elemental no significa que esos dos temas son metodológicamente idénticos” (p. 57) Éste es el tipo de “visión” característica de un economista matemático y respecto a la controversia, el resultado es claro.

Sin embargo, para Samuelson es claro también que la deducción tiene el modesto rol lingüístico de traducir ciertas hipótesis empíricas en su “equivalente lógico”. Para un hombre cuyo IQ es de 300, todo problema simbólico de deducción es tan obvio y toma lugar tan rápido que es escasamente consciente de su existencia. Samuelson creía que estaba profiriendo un discurso correcto cuando dice que no todos, ni siquiera la mitad de ese “todos”, pueden tener un IQ de 300. Luego habría en “todos” un problema psicológico para hacer correctas deducciones. “Esa era la razón por la cual los lápices tenían gomas y las calculadoras tienen campanillas” (p. 57) Samuelson suponía que eso era lo que Marshall tenía en mente cuando siguiendo a John Stuart Mill hablaba del peligro involucrado en una larga cadena de razonamientos lógicos. En un fabuloso inglés, aunque un tanto americano, Samuelson nos dice: “Marshall trataba tales cadenas como si su contenido de verdad estuviera sujeto a decaimiento y pérdida radioactiva” (p. 57) Argumenta que al hacer tal declaración Marshall estaba pensando en la biología del homo sapiens. Pero, no considera que eso pueda trasladarse a la lógica “en abstracto”. Es decir, si la proposición A implicaba correctamente la proposición B, y a su vez la B implicaba correctamente la C, y así hasta la Z, luego A implicaba Z. No podía haber pérdida de verdad en ningún estadio de un silogismo válido, porque tales silogismos no son sino del tipo “Una rosa es una rosa es una rosa” O del tipo clásico: “Sócrates es un hombre. Todos los hombres son mortales. Sócrates es mortal.” (p. 57) Lo que no siempre era entendido es que una declaración literaria de ese tipo tenía su equivalente completo en el simbolismo de la lógica matemática. No obstante el simbolismo matemático podía ser reemplazado por palabras. Sin embargo, nos dice Samuelson: “Yo odiaría poner sesenta monos en el British Museum y esperar a que ellos tecleen en palabras el equivalente a las fórmulas matemáticas involucradas en los *Mathematical Principia* de Whitehead y Russell. Pero si fuésemos a esperar muchísimo tiempo, esto estaría hecho” (p. 57)

Es decir, Samuelson aquí muestra otra vez, su preferencia por la matemática. La analogía no carece de cierta belleza, de flemma, de exquisito sentido del humor y doble sentido, como tampoco deja de ser engañosa. Pues Samuelson pasa de allí, a la economía. Nos recuerda que la más simple y fundamental teoría de la producción y distribución –de Walras y J. B. Clark- es el teorema de las fun-

ciones homogéneas de Euler. Es decir, que propone de alguna manera que Clark estaba hablando de funciones homogéneas sin conocerlas.:

Es dudoso que Clark -quien más bien alardeó de su inocencia matemática-haya oído hablar de Euler. Ciertamente, él no podía tener conocimiento de lo que significaba una función homogénea. Pero no obstante, en la teoría de Clark, hay el supuesto implícito de que la escala no cuenta; lo que cuenta es las proporciones en las cuales los factores se combinan (p. 57)

Los economistas habían comparado cuidadosamente el tratamiento de Wicksteed y Clark con respecto a su problema para mostrar que las matemáticas no son ciertamente inferiores a las palabras al manejar tales importantes elementos de la teoría de la distribución. Samuelson haría la prueba inversa, no era la economía literaria, inferior a las matemáticas al manejar tal problema cuantitativo complejo. Un eminente economista matemático, cuyo nombre desconocemos, le habría dicho a Samuelson: “El teorema de Euler es absolutamente básico a la simple teoría de la imputación neoclásica. Sin embargo, sin las matemáticas, usted simplemente no podría dar una rigurosa prueba del teorema de Euler.” Samuelson no admitía que esto fuera imposible. E intentó probarle a su amigo matemático esto. Su amigo le hizo notar que lo que le mostraba no era riguroso en la manera que trataba los infinitesimales. Samuelson estuvo de acuerdo en este punto. Su argumento era heurístico. Pero argumentó que si le permitiera sostener una charla con él en una semana podría describirle en palabras el proceso fundamental de límite involucrado en el cálculo y las derivadas de Newton-Leibniz y en esa semana habría de reunir ese rigor que faltaba.

Leontief le había señalado a Samuelson, que la prueba final de la identidad de las matemáticas y las palabras es el hecho de que los profesores como él le enseñaban a alumnos como Samuelson matemáticas por medio del uso de las palabras, definiendo cada símbolo. Luego pasa Samuelson a hablar de la relación entre la geometría, las palabras y el análisis matemático. “Hoy cuando un teórico económico deplora el uso de las matemáticas, usualmente habla de las virtudes de los diagramas geométricos como la alternativa” (p. 60) Setenta años atrás de cuando Samuelson escribía, eso no era así. Cuando Cairnes criticaba el uso de las matemáticas en economía, probablemente significaba con el término “matemáticas” principalmente los diagramas geométricos (del estilo de aquellos que podemos encontrar en el cuerpo principal de los “Principios” de Marshall).

Para Samuelson, la geometría era una rama de las matemáticas, como las matemáticas era una rama del lenguaje. Para Samuelson no era claro, excepto en términos de cierta fragilidad humana el por qué un hombre como Cairnes habría estado tan enamorado de la teoría literaria y no de los diagramas y símbolos. O por qué un metodólogo moderno encontraría alguna virtud en los gráficos bidimensionales pero no en los tridimensionales o la especulación simbólica sobre más dimensiones. Al ver de Cairnes las verdades económicas no eran factibles de descubrirse a través de los instrumentos de la matemática. Según Samuelson esa manera de ver las cosas era opuesta a la de Marshall. Éste usaba

las matemáticas. Según Samuelson las consideraba como un instrumento para arribar a verdades en economía, pero no como una buena manera de comunicar tales verdades. Cairnes era a la vez opositor e incapaz de usar la técnica matemática. Para Samuelson nosotros podríamos haber descubierto una verdad, la cual Cairnes era incapaz de reconocer. Aunque Samuelson considera que la manera de arribar a la verdad por los instrumentos matemáticos no significaba que no se pudiera traducir en palabras; propone así un cuidadoso estudio de la teoría económica subsiguiente a 1870, para ver cómo y qué tanto se ha hecho uso de la técnica simbólica para arribar a la verdad. Piensa fundamentalmente en el equilibrio general Walrasiano como el ápice de la economía neoclásica, y piensa en la contemporaneidad de la primera edición de “Elements” de Walras y los escritos de Cairnes. Jevons, Walras, y Menger independientemente habían llegado a la así conocida “teoría del valor subjetivo”. Pero, Menger lo había logrado sin el uso de las matemáticas. Con la reserva de que para Samuelson, el excelente trabajo de traducción al inglés de Menger de 1871 es el menos importante de los citados.

Samuelson siempre rescatará a Walras. Él consideraba que la revolución culminaba con el aporte del equilibrio general: “nosotros estamos forzados a estar de acuerdo con la apreciación de Schumpeter de Walras como el más grande de los teóricos –no porque él usó las matemáticas, los métodos usados son realmente elementales- sino por la importancia del concepto de equilibrio general mismo” (p. 67) Samuelson nos invita a decir de Walras lo que Lagrange irónicamente decía de Newton: “Newton fue ciertamente un hombre de genio par excellence, pero debemos acordar que él fue también el más afortunado: ¡uno encuentra una sola vez el sistema del mundo establecido!” Es decir, nos invita a sustituir Newton por Walras y “sistema del mundo” por “sistema de equilibrio” y la proposición sería igualmente válida.

Pero, si Samuelson se esforzaba tanto en no mostrarse como un economista matemático que prefería ese lenguaje a cualquier otro a no ser bajo determinadas condiciones específicas como la necesidad de brevedad ¿Cuáles eran entonces las condiciones bajo las cuales un lenguaje era más conveniente que otro, aparte de la ya mencionada? Samuelson comienza con un supuesto: “suponga que usted es un estenógrafo” –y sigue- “suponga que tiene que tomar un dictado rápidamente” y recurre también al ejemplo de los números romanos o arábigos para una resolución de problema aritmético-comerciales. De allí pasa por la traducción de una obra de Hegel al francés, a la psicología de los gustos y las preferencias por el francés ante el chino o el alemán. Del alemán pasa a la comprensión de Böhm-Bawerk o Wicksell, de ellos a la comprensión de lo que significa la tasa de interés, el pasaje de lo cualitativo a lo cuantitativo en tal concepto, etc. y concluye que él no puede culpar al lenguaje alemán por eso. Pero, a fin de cuentas Samuelson a diferencia de Menger, consideraba que el lenguaje matemático tenía una gran ventaja. Samuelson consideraba que en muchos aspectos el método de Newton era superior al de Francis Bacon:

Por una centuria las matemáticas han tocado a la puerta. Hoy no hay más que

un pie en la puerta. Pero los problemas de teoría económica –tales como los de la incidencia impositiva, los efectos de la devaluación- son por su naturaleza cuantitativas cuestiones cuya respuesta depende de una superposición de diferentes piezas cuantitativas y cualitativa información. Cuando nosotros los asimamos por las palabras, estamos resolviendo las mismas ecuaciones que si escribiéramos aquellas ecuaciones (p. 64)

Culmina: “La conveniencia de el simbolismo matemático para manejar ciertas inferencias inductivas es, yo pienso, indisputable. Es ir demasiado lejos el decir que las matemáticas nunca nos inducirán a error” sin embargo, “es sorprendente cuán raros son los errores puramente lógicos”(p. 64). Los grandes errores para Samuelson pueden hacerse en la formulación de las premisas. “La lógica no es protección contra las falsas hipótesis; o contra la mala interpretación de la realidad; o contra la formulación de hipótesis irrelevantes” (p. 64)

Samuelson pensaba que una de las ventajas de los medios matemáticos –o de los cánones matemáticos de costumbre en la exposición de pruebas, sea en palabras o símbolos- que nosotros estamos forzados a poner nuestras cartas en la mesa tal que todos pueden ver nuestras premisas. Sin embargo, confiesa: “he oído he participado de ellos- donde a sabiendas o no, hemos repartido las cartas desde el fondo del mazo” Es decir, “No hay un método de chequeo absoluto contra el error humano” (p. 64)

Nos plantea entonces un interesante dilema humano con el que quisiera terminar, o una historia que en aquel momento parecía repetirse. Un joven se le acercaba diciendo: “Estoy interesado en teoría económica. Conozco poco de matemáticas. Cuando miro los journals, estoy en problemas. ¿Debo dejar las esperanzas de ser un teórico? ¿Debería aprender matemáticas? ¿en ese caso cuánto? Pasé los veintiuno. Samuelson especula con un Marshall aconsejando a Schumpeter de la siguiente manera: olvídense de la teoría económica. Samuelson sin embargo, le respondería que hubo muchos teóricos destacados que han sido poco conocedores de la matemática o incluso inocentes en ella. En todo caso se plantearía la problemática de aconsejar al joven estudiar matemáticas y hacer de un quizá brillante teórico un mediocre economista matemático. Riesgo que no estaría dispuesto a correr la conciencia de Samuelson que estaría más predispuesta a dejarle esa elección al joven.

Samuelson está definitivamente a favor de las matemáticas en economía. Sigue la escuela de Fisher. Endurece falsamente la postura de un Marshall que nunca existió. Enaltece a un Schumpeter que jamás habría hecho esa pregunta de joven. Samuelson está pensando que la especie de lo que podríamos llamar el antiguo economista matemático ha dejado de existir. Sabe que ha dejado de existir. Un viejo amigo de Samuelson le comentaría: “En esos días usted podía apenas distinguir a un economista matemático de uno ordinario” A lo que Samuelson comentaría: “Conozco el sentido en el cual él significaba el comentario, pero permítanme invertir su énfasis para concluir con la cuestión: ¿Es malo eso?” (p. 66)

Marshall fue ante todo un matemático impulsado a la Economía Política por

el estudio de la ética. Hicks un economista impulsado al álgebra en parte por la necesidad,⁵ en parte por la estética. Pero, no es Hicks quien representaría al moderno economista. Samuelson, el joven prestidigitador, representaría el futuro de la formación económica. Samuelson es ante todo, un economista.⁶ Pero, un economista “moderno”, no un graduado en economía política (en el antiguo y victoriano sentido del término). Samuelson es producto de la educación de Fisher.

Pronto dejaría de ser típica la formación del economista de principios de siglo y Samuelson pasaría a ser el prototipo de un economista fundamentalmente matemático que no cree que sea un error expresarse matemáticamente. Samuelson ya no temería ser no entendido como Cournot. Y los economistas posteriores a Samuelson ya no temerían ir más lejos que Samuelson. Y eso es en gran parte debido a su educación y a Irving Fisher.

III

Hemos hablado indirectamente, de la gran contribución de Irving Fisher, como precursor de Samuelson y como el ejemplo del economista matemático moderno. Ahora nos toca, no menos indirectamente, volver a él para concluir con estas glosas, que intentan ser un modesto homenaje a 140 años de su nacimiento y 60 años de su muerte.

Ese típico hombre de Yale que este año conmemoramos compartió, fatalmente, dos características con un religioso hombre de Dublin, Berkeley. Ambos podían presumir del desprecio de sus contemporáneos. Ambos, podrían presumir de su redención (aboquémonos al norteamericano y pensemos tan solo simétricamente en el dublinense).

Nos dice Schumpeter: “algunos historiadores futuros considerarán a Fisher como el más grande economista científico norteamericano que ha habido hasta el día de hoy.” (p. 954). Nos confirman Screpanti y Zamagni: “Aunque después de su muerte su obra fue objeto de gran admiración, Fisher fue muy criticado en vida. El tiempo ha confirmado la predicción de Schumpeter.” (p. 203).

La lógica era la herramienta con que Berkeley cincelaba su conocimiento. La físico-matemática fue la herramienta que Fisher usó para cincelar el suyo. El cálculo diferencial ha acompañado la economía moderna desde su nacimiento. *A Brief introduction to The Infinitesimal Calculus* es un texto pedagógico, que intentaba iniciar hacia 1897 a los estudiantes avanzados en la moderna economía teórica. Destinado a ayudar a entender los artículos del *Economic Journal*,

⁵Los problemas sencillos de dos o tres variables pueden manejarse con bastante eficacia mediante diagramas geométricos; pero cuando el problema se complica, el método geométrico habitual nos falla. ¿Qué podemos hacer? La respuesta obvia es que debe recurrirse al álgebra. (p.xvi)

⁶“Mi propio interés en matemáticas no ha sido sino secundario y posterior a la economía” (Fundamentos p. 6)

el *Journal of the Royal Statistical Society* o el *Giornale degli Economisti* de los revolucionarios teóricos del momento: Jevons, Marshall, Walras o Pareto.

De algún modo, no es exagerado afirmar que ese hombre de Yale fue un adelantado. Nos cuenta Stigler (p. 132): “Hasta la década de 1950, los requisitos formales para el doctorado incluían un modesto, no digamos autoeliminador, conocimiento del francés y alemán, que ha sido reemplazado por las matemáticas.” Sin ir más lejos, la última controversia sobre el capital tuvo como contexto, esta última lengua. Nos dice Hywell Jones, al tratar de transmitir cierta emoción al referirse a la crítica de Cambridge:

“Es difícil evitar la imagen de los gladiadores cuando discuten los dos campos que incluyen a los economistas teóricos más prominentes de los últimos treinta años. Es como pensar en dos ejércitos que han estado enfrentados durante veinte años en una guerra en parte de desgaste en parte de contraataques.” (p. 150)

Completo esta deliciosa analogía con una no menos bella, de Leijonhuvud: “es bien sabido que (gracias a John Masters) que la función de la caballería en el campo de batalla es aportarle prestancia para que no parezca una simple reyerta. Lo mismo puede decirse del uso de las matemáticas en la teoría económica» (p. xx).

Sabemos que el cálculo infinitesimal trata de “proporciones últimas”, de cantidades evanescentes. Para calcular la velocidad de un cuerpo en un instante y entender lo que significa necesitamos de la noción de “proporciones últimas”. Desconocemos lo que pensara Fisher de Berkeley, pero sé lo que Fisher nos cuenta en *A Brief introduction to The Infinitesimal Calculus*. Según este texto, Berkeley llamaba burlescamente a los diferenciales “ghosts of departed quantities”. Me resultó deliciosamente poética esa analogía, que bien podría ser el principio de una metáfora. Busqué el texto que la oficiaba. Pude dar con él gracias a la tecnología y a David R. Wilkins (quien tuvo la amabilidad de hacer pública una edición original que resguardan los muros de la Library of Trinity College).

El sentido del artículo puede sintetizarse, no sin precisión, en el título del mismo: *The Analyst; or, A Discourse Addressed to an Infidel Mathematician* (publicado en Londres y en Dublin hacia 1734); y en la bíblica advertencia, que no me atrevo a traducir: *First cast out the beam out of thine own Eye; and then shalt thou see clearly to cast out the mote out of thy brother's eye. S. Matt. C. Vii. V. 5*. El fragmento encontrado reza: And what are these Fluxions? The Velocities of evanescent Increments? And what are these same evanescent Increments? They are neither finite Quantities nor Quantities infinitely small, nor yet nothing. May we not call them the Ghosts of departed Quantities? (Berkeley, 1734, p. 30)

Los infieles matemáticos que rechazaban la lógica del obispo reciben su merecido en este artículo. Berkeley nos demuestra que el concepto mismo de los

diferenciales es tanto o más absurdo que cualquier concepto metafísico, que cualquiera de los Religious Mysteries and Points of Faith. Yo propongo al lector el tangente ejercicio intelectual de que pensar en artificios tales como los diferenciales, no es más lógico que pensar que una distracción de la mente divina sería la aniquilación de la materia inerte e inobservada y porqué no de nosotros mismos. Para arribar a la siguiente conclusión: si lleváramos el análisis de las matemáticas, de la economía matemática, hasta sus últimas consecuencias, como lo hizo el obispo, llegaríamos a conclusiones no menos escandalosas.

Pensemos en las productividades marginales de los factores de producción, en las derivadas primeras de un Lagrangeano, en las condiciones de Euler, etc. Si fuésemos tan lejos ni siquiera sobreviviría la economía moderna, no al menos tal como la conocemos. Los economistas serían personas tan ridículas como los analistas a los que se refiere Berkeley (creer como Clark, que la productividad marginal es la justa recompensa por lo que cada factor aporta a la producción, no es más lógico que creer, que cada quien recibe lo que merece de la divina providencia). Y su teoría un mero pasatiempo, un juego algebraico de poco sentido teórico y práctico para formar parte de una ciencia. Mi experiencia, mis lecturas y conversaciones, así como los suyos, quizá confirmarían la audaz conclusión. Pero, nunca me resignaré a la crítica hipostática.

Mi “homenajeado” hoy, I. Fisher, bien podría considerarme un economista hereje por lo que acabo de decir y lo que diré. Las matemáticas son un instrumento, de cierta utilidad, a pesar de los marginalistas. Son una herramienta. Ha sido su uso el erróneo. Quizá sea mi admiración hacia una economista menos matemática que intuitiva lo que me hace sentir con cierta autoridad para defenderlas. Porque no tengo fe en ellas, creo en su potencial servicio a la teoría. En palabras de Karl Pearson: “Mathematics are not there for the joy of the analyst, but because, they are essential to the solution”.

Bibliografía:

Fisher, I. (1897) *A Brief Introduction to the Infinitesimal Calculus*. London: Macmillan & Co., Ltd.

Fisher, I. (1941) “Mathematical Method in the Social Sciences”, *Econometrica*, Volume 9, Issue ¾ (Jul-Oct.), pp. 185-197.

Fisher, I. (1938) “Cournot Forty Years Ago.” *Econometrica*, Volume 6, Issue 3 (Jul.), 198-202.

Berkeley, G. ([1734] 2000) “The Analyst; or, A Discourse.” London: J. Tonson.

Jevons, W S. (1888) *The Theory of Political Economy*. London: Macmillan & Co., Ltd.

Marshall, A. ([1920] 1954) *Principios de Economía*. Aguilar: Madrid.

Walras, L , A Cournot, S Jevons, E Antonelli (1935) “Leon Walras et sa Correspondance avec Augustin Cournot et Stanley Jevons.” *Econometrica*, Volume 3, Issue 1 (Jan.), pp. 119-127.

- Pareto, V.** (1896 [1949]) *Corso di economia politica*. (Volume primo). Giulio Einaudi Editore: Italia.
- Samuelson, P. A.** (1952) "Economic Theory and Mathematics-An appraisal", *The American Economic Review*, Volume 42, Issue 2, pp. 56-66.
- Samuelson, P. A.** (1954) IX. "Some Psychological Aspects of Mathematics and Economic", *The Review of Economics and Statistics*, Volume 36, Issue 4 (Nov., 1954), 380-386.
- Samuelson, P. A.** (1966) *Fundamentos del Análisis Económico*. El Ateneo, Editorial: Buenos Aires.
- Stigler, George J.** ([1996] 1997) *El economista como predicador* (vols. I y II)". Ed. Folio, Barcelona.
- Hicks, J. R.** ([1939] 1968) *Valor y Capital*. FCE, México.
- Schumpeter, J. A.** ([1954] 1995) *Historia del análisis económico*. Ariel Economía, Barcelona.
- Screpanti, E. and S. Zamagni.** ([1993] 1997) *Panorama de historia del pensamiento económico*. Editorial Ariel, S.A., Barcelona.
- Jones, H.** ([1975] 1988) *Introducción a las teorías modernas del crecimiento económico*. Antoni Bosch, editor, Barcelona: 1988.
- Leijonhufvud, A.** ([1968] 1976) *Análisis de Keynes y de la economía keynesiana: un estudio de la teoría monetaria*. Ed. Vicens-vives, Barcelona.